



Prof. Dr. Klaus Höllig

Institut für Mathematischen Methoden in den Ingenieurwissenschaften,  
Numerik und Geometrische Modellierung

## Beamer-Klasse

### Merkmale der beamer-Dokumentenklasse

- Ablaufsteuerung wie partielles Aufdecken oder Überblenden von Inhalten
- Vorgefertigte Themen für Layout, Farbgebung und Schriften der Präsentation
- Voller  $\text{\LaTeX}$ -Funktionsumfang verfügbar
- Einbindung von Multimedia-Objekten
- Erstellen von Präsentation, Folien, Notizenseiten, Handouts, usw. mit nur einer  $\text{\LaTeX}$ -Datei
- Ausgabe üblicherweise als PDF-Datei, die direkt für die Präsentation mit Hilfe eines Beamers verwendet werden kann (→ weitestgehende Plattformunabhängigkeit)

## Aufbau einer Beamer-Präsentation

```
% Vorspann
\documentclass{beamer}
\usepackage [Option] {Paketname}
...
% Darstellungsform
\usetheme [Optionen] {Thema}

% Textteil
\begin{document}
% Titelseite
...
% einzelne Folien
\begin{frame}
Text
\end{frame}
...
\end{document}
```

## Titelseite

im Vorspann

```
\title[Kurzform]{Vortragstitel}  
\author[Kurzform]{Autor(en)}  
\institute[Kurzform]{Institut(e)}  
\date[Kurzform]{Datum der Präsentation}  
\titlegraphic{Befehl zum Einbinden einer Grafik}
```

Erstellen der Titelseite

```
\begin{frame}  
  \titlepage  
\end{frame}
```

## Beispiel

### Quelltext

```
\title[Newton-Verfahren]
{Nullstellenbestimmung mit dem Newton-Verfahren}
\author[E.\ Exempel et al.]{Emely Exempel \and Bodo Beispiel}
\institute{Mathematik-Online}
\date{17.~Juli 2006}
\titlegraphic{\includegraphics [width=4cm] {newton.pdf}}
\logo{\includegraphics [width=.4cm] {mathe_online_logo.eps}}
\begin{frame}
\titlepage
\end{frame}
```

# Beispiel

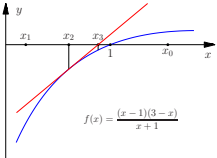

Abgabe (Themeneinstellung: `\usepackage[secheader]{Boadilla}`)

## Nullstellenbestimmung mit dem Newton-Verfahren

Emely Exempel    Bodo Beispiel

Mathematik-Online

17. Juli 2006


$$f(x) = \frac{(x-1)(3-x)}{x+1}$$


E. Exempel et al. (Mathematik-Online)    Newton-Verfahren    17. Juli 2006    1 / 15

## Die Frame-Umgebung

Umgebung für eine Folienfolge

```
\begin{frame}[Optionen]
  \frametitle[Kurzform]{Titel}
  Inhalt
\end{frame}
```

### Optionen

- `allowframebreaks`: automatischer Umbruch
- `shrink`: Verkleinerung auf eine Seite
- `plain`: keine Navigationsbereiche
- mehrere Optionen mit Kommas getrennt

## Beispiel

Quelltext

```
\begin{frame}
\frametitle{Klassische Verfahren zur Nullstellenbestimmung}
\begin{Problem}
Bestimme Nullstelle  $x_{\star}$  der Funktion  $f$  in dem
Intervall  $[a,b]$  bzw.  $\setminus$  in einer Umgebung des Startwerts  $x_0$ 
\end{Problem}
\begin{itemize}
\item {\bf Bisektionsverfahren:} Nullstellensuche durch
sukzessive Unterteilung der Intervalle und  $\dots$ 
\item {\bf Sekantenverfahren:} Näherung der Nullstelle ist
Schnittpunkt der Sekante an  $f$  durch  $\dots$ 
\item {\bf Regula Falsi:} Kombination von Sekanten- und
Bisektionsverfahren. Dabei werden  $\dots$ 
\end{itemize}
\end{frame}
```

# Beispiel

Abgabe (Themeneinstellung: `\usetheme[secheader]{Boadilla}`)


Univariates Newton-VerfahrenHistorisches

## Klassische Verfahren zur Nullstellenbestimmung

### Problem

*Bestimme Nullstelle  $x_*$  der Funktion  $f$  in dem Intervall  $[a, b]$  bzw. in einer Umgebung des Startwerts  $x_0$ .*

- **Bisektionsverfahren:** Nullstellensuche durch sukzessive Unterteilung der Intervalle und Vorzeichenvergleich der Funktionswerte an den Intervallgrenzen.
- **Sekantenverfahren:** Näherung der Nullstelle ist Schnittpunkt der Sekante an  $f$  durch die beiden zuletzt bestimmten Näherungen (Newton-Verfahren mit Differenzenquotient an Stelle von  $f'$ ).
- **Regula Falsi:** Kombination von Sekanten- und Bisektionsverfahren. Dabei werden unterschiedliche Vorzeichen der Funktionswerte an den Intervallgrenzen gefordert.



E. Exempel et al. (Mathematik-Online)Newton-Verfahren17. Juli 20063 / 15

## Gliederung der Präsentation

Überschriften im Inhaltsverzeichnis mit *Kurzform* im Navigationsbereich

```
\tableofcontents[Optionen]
```

```
...
```

```
\section[Kurzform]{Überschrift}
```

```
\subsection[Kurzform]{Überschrift}
```

mögliche *Optionen*

- `currentsection`: Hervorhebung des aktuellen Abschnitts
- `hideallsubsections`: keine Anzeige der Unterabschnitte
- `pausesections`: sukzessive Anzeige der Überschriften

## Beispiel

Quelltext

```
begin{frame}
  \frametitle{Übersicht}
  \tableofcontents
\end{frame}



\section{Univariates Newton-Verfahren}
  \subsection{Historisches}
  ...
\section{Multivariates Newton-Verfahren}
\begin{frame}
  \frametitle{Übersicht}
  \tableofcontents[currentsection]
\end{frame}
\subsection{Multivariate Newton-Iteration}
  ...
```

# Beispiel

Abgabe (Themeneinstellung: `\usetheme[secheader]{Boadilla}`)

## Übersicht

- 1 **Univariates Newton-Verfahren**
  - Historisches
  - Newton-Iteration
  - Anwendungsbeispiele
  - Steuerungsmechanismen
  - Implementierung
- 2 **Multivariates Newton-Verfahren**
  - Multivariate Newton-Iteration
  - Konvergenzbetrachtung
  - Steuerungsmechanismen
  - Implementierung
  - Beispiele aus der Praxis



E. Exempel et al. (Mathematik-Online)      Newton-Verfahren      17. Juli 2006      2 / 15

## Hervorhebung von Regelsätzen

Umgebungen für Definitionen, Sätze, etc.

```
\begin{Umgebungsname} [Zusatztext]
  Inhalt
\end{Umgebungsname}
```

mögliche *Umgebungsnamen*

theorem, corollary, definition, definitions, fact,  
example, examples

*bzw.*

Problem, Loesung, Definition, Satz, Beweis,  
Folgerung, Lemma, Fakt, Beispiel, Beispiele  
*oder allgemein*

block, exampleblock, alertblock

Anzeige des *Zusatztextes* hinter dem Kennwort der Umgebung

## Beispiel

### Quelltext

```
\begin{frame}
  \frametitle{Univariates Newton-Verfahren}
  \begin{Definition}[Newton-Iteration]
    Die Näherung  $x_{n+1}$  der Nullstelle  $x_{\star}$ 
    ist der Schnittpunkt der Tangente im Punkt
     $\big(x_n, f(x_n)\big)$  mit der  $x$ -Achse:
    \[
      x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}
    \]
  \end{Definition}
  \begin{center}
    \includegraphics[height=4cm]{newton_pics_iter3.pdf}
  \end{center}
\end{frame}
```

# Beispiel

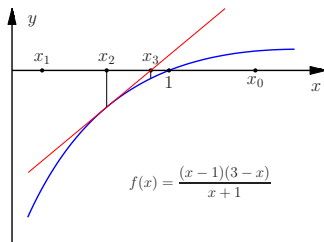
Abgabe (Themeneinstellung: `\usepackage[secheader]{Boadilla}`)

## Univariates Newton-Verfahren

### Definition (Newton-Iteration)

Die Näherung  $x_{n+1}$  der Nullstelle  $x_*$  ist der Schnittpunkt der Tangente im Punkt  $(x_n, f(x_n))$  mit der  $x$ -Achse:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$



## Mehrspaltige Darstellung

Aufteilung des Frame-Bereichs in mehrere Spalten

```
\begin{columns}[Anordnung]
  \begin{column}[Anordnung]{Breite}
    Spalteninhalt \end{column}
  ...
\end{columns}
```

*Anordnung* der Spalteninhalte

- b (bottom): Ausrichtung der letzten Zeilen der Spalten
- c (center): Ausrichtung der Mitten der jeweiligen Spalteninhalte
- t (top): Ausrichtung der Grundlinien der ersten Zeilen
- T (Top): Ausrichtung der oberen Anschläge der Spalteninhalte (sinnvoll bei Bilderspalten)

## Beispiel

Quelltext

```
\begin{frame}
\frametitle{Sir Isaac Newton}
\begin{columns}[T]
\begin{column}{7.3cm}
{\bf Lebenslauf (Auszug):}
\begin{itemize}
\item \dots
\end{itemize}
\end{column}
\begin{column}{3.7cm}
\includegraphics[width=\linewidth]{newton.jpg} \\
\dots
\end{column}
\end{columns}
\end{frame}
```

# Beispiel


Abgabe (Themeneinstellung: `\usetheme[secheader]{Boadilla}`)

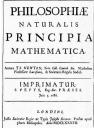
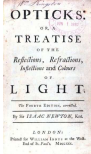
Univariates Newton-Verfahren
Historisches

## Sir Isaac Newton

**Lebenslauf (Auszug):**

- \* 4.1.1643 Woolsthorpe, Lincolnshire, England
- 1669: Professur Universität Cambridge
- 1671: Bau des Newtonschen Spiegelteleskops
- 1687: Hauptwerk „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“
- 1696: Direktor der Königlichen Münze London
- 1703: Präsident der Royal Society
- 1704: Veröffentlichung „Opticks“
- † 31.3.1727 London, England



E. Exempel et al. (Mathematik-Online)
Newton-Verfahren
17. Juli 2006
4 / 15

## Ablaufsteuerung

Ergänzung von Befehlen/Umgebungen durch Steuerangaben

`<n>` *Anzeige nur auf der n-ten Folie eines Frames*

`<n-m>` *Anzeige von der n-ten bis zur m-ten Folie*

`<-n>` (`<n->`) *Anzeige bis zur (ab der) n-ten Folie*

weitere Befehle

- `\pause`: Anzeige des vorangehenden Inhaltes
- `\visible<Anzeige>\{Inhalt\}`: Anzeige auf den festgelegten Folien

Umgebung zur alternativen Anzeige von Inhalten

```
\begin{overprint}
  \onslide<Anzeige> Inhalt
\end{overprint}
```

## Beispiel

Quelltext

```
\begin{frame}[shrink]
  \frametitle{Konvergenzordnung}
  \begin{Satz}[Quadratische Konvergenz]
    \dots
  \end{Satz}
  \pause
  \begin{Beweis}
    \begin{itemize}[<+>->]
      \item Lineare Taylor-Approximation: \dots
      \item Einsetzen \dots
      \item  $1/f'(x_n)$  \dots
    \end{itemize}
  \end{Beweis}
\end{frame}
```

# Beispiel

## Folie 1

### Konvergenzordnung

#### Satz (Quadratische Konvergenz)

Für eine einfache Nullstelle  $x_*$  konvergiert die Newton-Iteration lokal quadratisch, d.h.

$$|x_{n+1} - x_*| \leq c|x_n - x_*|^2$$

für Startpunkte  $x_0$  in einer hinreichend kleinen Umgebung von  $x_*$ .



# Beispiel

## Folie 2

### Konvergenzordnung

#### Satz (Quadratische Konvergenz)

Für eine einfache Nullstelle  $x_*$  konvergiert die Newton-Iteration lokal quadratisch, d.h.

$$|x_{n+1} - x_*| \leq c|x_n - x_*|^2$$

für Startpunkte  $x_0$  in einer hinreichend kleinen Umgebung von  $x_*$ .

#### Beweis.

- Lineare Taylor-Approximation:  $0 = f(x_*) = f(x_n) + f'(x_n)(x_* - x_n) + r$   
mit Restglied  $r = \frac{1}{2} f''(\xi_n)(x_* - x_n)^2$ ,  $\xi_n$  zwischen  $x_*$  und  $x_n$



# Beispiel

## Folie 3

### Konvergenzordnung

#### Satz (Quadratische Konvergenz)

Für eine einfache Nullstelle  $x_*$  konvergiert die Newton-Iteration lokal quadratisch, d.h.

$$|x_{n+1} - x_*| \leq c|x_n - x_*|^2$$

für Startpunkte  $x_0$  in einer hinreichend kleinen Umgebung von  $x_*$ .

#### Beweis.

- Lineare Taylor-Approximation:  $0 = f(x_*) = f(x_n) + f'(x_n)(x_* - x_n) + r$  mit Restglied  $r = \frac{1}{2} f''(\xi_n)(x_* - x_n)^2$ ,  $\xi_n$  zwischen  $x_*$  und  $x_n$
- Einsetzen von  $f(x_n) = f'(x_n)(x_n - x_*) - r$  in Iterationsvorschrift ergibt  $x_{n+1} = x_* - r/f'(x_n)$ .



## Beispiel

## Folie 4

## Konvergenzordnung

## Satz (Quadratische Konvergenz)

Für eine einfache Nullstelle  $x_*$  konvergiert die Newton-Iteration lokal quadratisch, d.h.

$$|x_{n+1} - x_*| \leq c|x_n - x_*|^2$$

für Startpunkte  $x_0$  in einer hinreichend kleinen Umgebung von  $x_*$ .

## Beweis.

- Lineare Taylor-Approximation:  $0 = f(x_*) = f(x_n) + f'(x_n)(x_* - x_n) + r$  mit Restglied  $r = \frac{1}{2} f''(\xi_n)(x_* - x_n)^2$ ,  $\xi_n$  zwischen  $x_*$  und  $x_n$
- Einsetzen von  $f(x_n) = f'(x_n)(x_n - x_*) - r$  in Iterationsvorschrift ergibt  $x_{n+1} = x_* - r/f'(x_n)$ .
- $|1/f'(x_n)|$  und  $|f''(\xi_n)|$  sind für  $x_n \approx x_*$  aus Stetigkeitsgründen gleichmäßig beschränkt. Dies impliziert  $|x_{n+1} - x_*| \leq c|x_n - x_*|^2$  mit  $c \approx -\frac{1}{2} \frac{f''(x_*)}{f'(x_*)}$ .



## Beispiel

### Quelltext

```

\begin{frame}
  \frametitle{Nullstellenbestimmung}
  \begin{Beispiel}
    Bestimmung ...
  \end{Beispiel}
  \pause
  \begin{columns}
    \begin{column}{5cm} \small
      \begin{tabular}{|l|l|l|} \hline
        $n$ & $x_n$ & $|f(x_n)|$ \\ \hline \hline
        \tt 0 & \tt 1.5500e+00 & \tt 3.1275e-01 \\ \hline
        \alert<2>{\tt 1} & \visible<2->{\tt 1.9199e-01} &
          \visible<2->{\tt 1.9035e+00} \\ \hline
        ...
      \end{tabular}
    \end{column}
  \end{columns}

```

## Beispiel

```
\begin{column}{5cm}
  \begin{overprint}
    \onslide<2>
      \includegraphics [width=\linewidth]{newton1.pdf}
    \onslide<3>
      \includegraphics [width=\linewidth]{newton2.pdf}
    ...
  \end{overprint}
\end{column}
\end{columns}
\end{frame}
```

# Beispiel

## Folie 1

### Nullstellenbestimmung

#### Beispiel

Bestimmung der Nullstelle  $x_* = 1$  der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{(x-1)(3-x)}{x+1}$$

ausgehend vom Startwert  $x_0 = 1.55$ .



# Beispiel

## Folie 2

### Nullstellenbestimmung

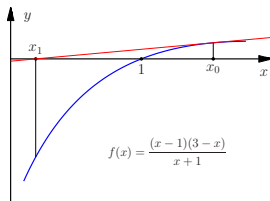
#### Beispiel

Bestimmung der Nullstelle  $x_* = 1$  der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{(x-1)(3-x)}{x+1}$$

ausgehend vom Startwert  $x_0 = 1.55$ .

$n$	$x_n$	$ f(x_n) $
0	1.5500e+00	3.1275e-01
1	1.9199e-01	1.9035e+00
2		
3		
4		
5		
6		
7		



# Beispiel

## Folie 3

### Nullstellenbestimmung

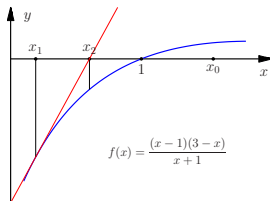
#### Beispiel

Bestimmung der Nullstelle  $x_* = 1$  der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{(x-1)(3-x)}{x+1}$$

ausgehend vom Startwert  $x_0 = 1.55$ .

$n$	$x_n$	$ f(x_n) $
0	1.5500e+00	3.1275e-01
1	1.9199e-01	1.9035e+00
2	6.0306e-01	5.9352e-01
3		
4		
5		
6		
7		



# Beispiel

## Folie 8

### Nullstellenbestimmung

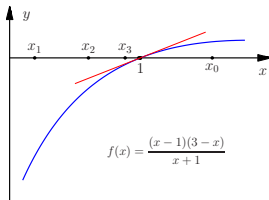
#### Beispiel

Bestimmung der Nullstelle  $x_* = 1$  der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{(x-1)(3-x)}{x+1}$$

ausgehend vom Startwert  $x_0 = 1.55$ .

$n$	$x_n$	$ f(x_n) $
0	1.5500e+00	3.1275e-01
1	1.9199e-01	1.9035e+00
2	6.0306e-01	5.9352e-01
3	8.8394e-01	1.3036e-01
4	9.8789e-01	1.2254e-02
5	9.9986e-01	1.4484e-04
6	1.0000e-00	2.0969e-08
7	1.0000e-00	4.4409e-16



## Multimediaelemente

Abspielen von Filmen bei Klicken auf das in *Beschreibung* angezeigte Objekt (Paket *multimedia*)

```
\movie[Optionen]{Beschreibung}{Name der (Film-)Datei}
```

### Optionen

- `autostart`: Wiedergabe bei Anzeige der entsprechenden Seite.
- `externalviewer`: externes Anzeigeprogramm.
- `height/width`: Höhe/Breite des Beschreibungsobjekts.

Abspielen von Audiodateien

```
\sound[Optionen]{Beschreibung}{Name der Audiodatei}
```