Aufgabe 1

Die Menge aller quadratischen $n \times n$ Matrizen über einem Körper bildet einen kommutativen Ring bzgl. der gewöhnlichen Matrizenmultiplikation und -addition genau dann, wenn $n = 1$ gilt.

☐ wahr  ☐ falsch

Die Menge aller quadratischen Matrizen über einem Körper bildet einen kommutativen Ring bzgl. der gewöhnlichen Matrizenmultiplikation und -addition.

☐ wahr  ☒ falsch

Die Menge aller quadratischen Matrizen über einem Körper $K$ bildet einen kommutativen Ring bzgl. der gewöhnlichen Matrizenmultiplikation und -addition, falls $K$ nur endlich viele Elemente hat.

☐ wahr  ☒ falsch

Aufgabe 2

Eine quadratische Matrix $A$ mit Einträgen in einem Körper $K$ ist invertierbar genau dann, wenn ein $\lambda \in K \setminus \{0\}$ existiert, sodass $A = \lambda \cdot E$, wobei $E$ die Einheitsmatrix beschreibt.

☐ wahr  ☒ falsch

Eine quadratische Matrix mit Einträgen in einem Körper ist invertierbar genau dann, wenn alle Diagonaleinträge ungleich 0 sind.

☐ wahr  ☒ falsch

Eine quadratische Matrix $A = (a_{ij})$ mit Einträgen in einem Körper und $a_{ii} \neq 0$ für alle $i$ sowie $a_{ij} = 0$ für alle $i, j$ mit $i \neq j$ ist stets invertierbar.

☒ wahr  ☐ falsch

Eine quadratische Matrix $A = (a_{ij})$ mit Einträgen in einem Körper ist invertierbar genau dann, wenn $a_{ii} \neq 0$ und $a_{ij} = 0$ für alle $i \neq j$.

☐ wahr  ☒ falsch
### Aufgabe 3

Die transponierte Matrix zu \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \) ist gegeben durch \( \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \).

- wahr
- falsch

Die transponierte Matrix zu \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \) ist gegeben durch \( \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \).

- falsch
- wahr

Die transponierte Matrix zu \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \) ist gegeben durch \( \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \).

- falsch
- wahr

Die transponierte Matrix zu \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \) ist gegeben durch \( \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \).

- falsch
- wahr

### Aufgabe 4

Berechnen Sie die Matrix \( C = (c_{ij}) \), gegeben durch das Produkt \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \), und tragen Sie den Wert \( c_{11} \) (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

- 1

Berechnen Sie die Matrix \( C = (c_{ij}) \), gegeben durch das Produkt \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \), und tragen Sie den Wert \( c_{12} \) (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

- 8

Berechnen Sie die Matrix \( C = (c_{ij}) \), gegeben durch das Produkt \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \), und tragen Sie den Wert \( c_{21} \) (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

- 2

Berechnen Sie die Matrix \( C = (c_{ij}) \), gegeben durch das Produkt \( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \), und tragen Sie den Wert \( c_{22} \) (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

- 4
Aufgabe 5

Eine quadratische Matrix ist invertierbar genau dann, wenn ihre transponierte Matrix invertierbar ist.

☑ wahr  ☐ falsch

Falls eine quadratische Matrix invertierbar ist, so ist ihre transponierte Matrix im Allgemeinen nicht invertierbar.

☐ wahr  ☒ falsch

Aufgabe 6

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = 3x$ linear?

☑ ja  ☐ nein

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = x + 3$ linear?

☐ ja  ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = 5x$ linear?

☑ ja  ☐ nein

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = x + 5$ linear?

☐ ja  ☒ nein
Aufgabe 7

Wir betrachten $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}$ als $\mathbb{R}$-Vektorräume. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, \( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto x_1 + x_2 \) linear?

☒ ja  ○ nein

Wir betrachten $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}$ als $\mathbb{R}$-Vektorräume. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, \( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto x_1 + x_2 + x_3 \) linear?

☒ ja  ○ nein

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, \( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix} \) linear?

☒ ja  ○ nein

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, \( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix} \) linear?

☒ ja  ○ nein

Aufgabe 8

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto z^2$ linear?

○ ja  ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto z^2 + 1$ linear?

○ ja  ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto z^3$ linear?

○ ja  ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto z^2 + z + 1$ linear?

○ ja  ☒ nein
Aufgabe 9

Sei $V$ ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und $W$ ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_1$, $\alpha(v_2) = w_2$ und $\alpha(v_3) = w_1 + w_2$.

☐ wahr  ○ falsch

Sei $V$ ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und $W$ ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_2$, $\alpha(v_2) = w_1$ und $\alpha(v_3) = w_1 + w_2$.

☐ wahr  ○ falsch

Sei $V$ ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und $W$ ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_1$, $\alpha(v_2) = w_1$ und $\alpha(v_3) = w_1 + w_2$.

☐ wahr  ○ falsch

Sei $V$ ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und $W$ ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_1$, $\alpha(v_2) = w_2$ und $\alpha(v_3) = 0$.

☐ wahr  ○ falsch

Aufgabe 10

Sei $K$ ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = 0$ ist linear.

☐ wahr  ○ falsch

Sei $K$ ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = 1$ ist linear.

○ wahr  ☐ falsch

Sei $K$ ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = x$ ist linear.

☐ wahr  ○ falsch

Sei $K$ ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = -1$ ist linear.

○ wahr  ☐ falsch